Universidad Simón Bolívar.
Departamento de Electrónica y Circuitos.
EC1421 – Sept-Dic. 2015.

Taller3

SEÑALES ALEATORIAS Y RUIDO

Problema 3.1 El proceso aleatorio WSS $X(t)$ tiene función de densidad probabilística (fdp) uniforme, con media $E[x(t)] = 1$, desviación estándar igual $\sigma_x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ y función de la densidad espectral de potencia (DEP) $S_x(\omega)$.

a) Especifique los límites para los cuales está definido el proceso aleatorio $X(t)$.
b) Determine la función de DEP de $Y(t) = X(t) - X(t - T_0)$ en función de la DEP de $X(t)$, realizando el análisis estadístico.
c) Determine la función de DEP de $Y(t) = X(t) - X(t - T_0)$ en función de la DEP de $X(t)$, realizando el análisis frecuencial.

Problema 3.2 Un proceso estocástico definido por $X(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\mathrm{sen}(\omega_0 t)$ donde A y B representan dos variables aleatorias estadísticamente independientes, ambas con función de densidad probabilística uniformemente distribuida entre $\{-1{:}\,1\}$.

a) Calcule la media temporal y la media estadística del proceso.
b) Calcule la autocorrelación temporal y la autocorrelación estadística del proceso.
c) Analice los resultados obtenidos en (a), (b) y diga que se puede concluir acerca de la Ergodicidad y la Estacionaridad de dicho proceso.

Problema 3.3 Dada la señal determinística $f(t)$, con función de densidad espectral de potencia:

$$S_f(\omega) = \left[\frac{1}{1+\omega^2} + \pi\delta\left(\omega - \frac{\pi}{2}\right) + \pi\delta\left(\omega + \frac{\pi}{2}\right)\right]$$

a) Realizando el análisis estadístico, encuentre una expresión para la señal *f(t)*, en términos de cosenos y exponenciales que satisfaga la función de densidad espectral de potencia $S_f(\omega)$.
b) Realizando el análisis frecuencial, encuentre una expresión para la señal *f(t)*, en términos de cosenos y exponenciales que satisfaga la función de densidad espectral de potencia $S_f(\omega)$.
c) Determine la potencia total de $f(t)$ en base a la función de autocorrelación.
d) Determine la potencia total de $f(t)$ en base a la función de densidad espectral de potencia.

Problema 3.4 Sea la señal $x(t)$ una función muestra de un Proceso aleatorio estacionario en sentido amplio, real y con valor esperado positivo. También se conoce que la función de autocorrelación de $x(t)$ es $R_x(\tau) = \Lambda(\tau)$ la cual es periódica con $T_0 = 4$.

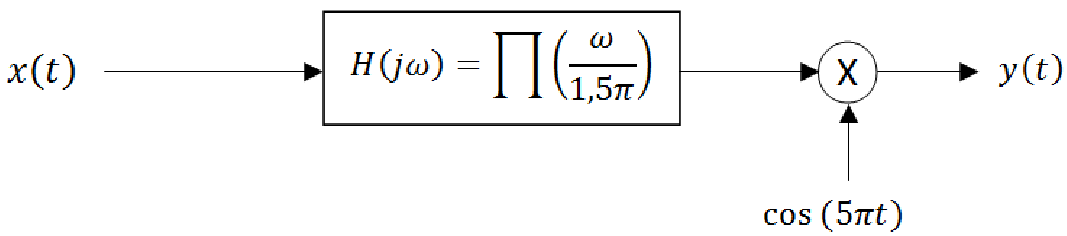

Figura 1

a) En función del sistema de la Figura 1, y realizando el análisis frecuencial determine la DEP y la función de autocorrelación de $y(t)$.
b) En función del sistema de la Figura 1, y realizando el análisis estadístico determine la DEP y la función de autocorrelación de $y(t)$.
c) Determine la media $E[Y(t)]$ y la varianza σ_Y^2 de $y(t)$.

Problema 3.5 Se tiene un proceso aleatorio y Gausseano $M(t)$, el cual es WSS de media nula y función de densidad espectral de potencia $S_M(\omega)$ tal como se muestra en la Figura 2. A partir de $M(t)$ se construye otro proceso aleatorio $X(t) = M(t)\cos(\omega_c t) + \widehat{M}(t)\,\mathrm{sen}(\omega_c t)$, donde $\widehat{M}(t)$ representa la transformada de Hilbert de $M(t)$.

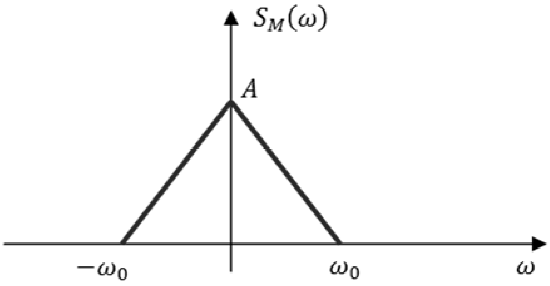

Figura2

a) Determine si el proceso aleatorio $X(t)$ es WSS.
b) Determine la función de autocorrelación de $X(t)$.
c) Determine la función de densidad espectral de potencia de $X(t)$.
d) Determine las expresiones de la Envolvente y la Fase de $X(t)$ en función de $M(t)$.
e) Determine la potencia de $X(t)$, si se conoce que la potencia de $M(t)$ es de 1watt.

Nota: Para determinar la solución asuma lo siguiente:

- $\omega_c \gg \omega_0$
- $E\left[M(t)\widehat{M}(t+\tau)\right] = -E\left[\widehat{M}(t)M(t+\tau)\right]$